

**ΦΥΣΙΚΗ**  
**ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**  
**2011**  
**ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

Στις ημιτελείς προτάσεις **A1–A4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.

- A1.** Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, όπου η δύναμη που αντιτίθεται στη κίνηση είναι της μορφής  $F_{αντ} = -bv$ , όπου  $b$  θετική σταθερά και  $v$  η ταχύτητα του ταλαντωτή,
- α.** όταν αυξάνεται η σταθερά απόσβεσης, η περίοδος μειώνεται.
  - β.** το πλάτος διατηρείται σταθερό.
  - γ.** η σταθερά απόσβεσης εξαρτάται από το σχήμα και το μέγεθος του αντικειμένου που κινείται.
  - δ.** η ενέργεια ταλάντωσης διατηρείται σταθερή.

**Μονάδες 5**

- A2.** Σε αρμονικό ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται με ταχύτητα  $\vec{v}$ , το διάνυσμα έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι  $\vec{E}$  και το διάνυσμα έντασης του μαγνητικού πεδίου  $\vec{B}$  είναι. Θα ισχύει:

- α.**  $\vec{E} \perp \vec{B}$ ,  $\vec{E} \perp \vec{v}$ ,  $\vec{B} \parallel \vec{v}$
- β.**  $\vec{E} \perp \vec{B}$ ,  $\vec{E} \perp \vec{v}$ ,  $\vec{B} \perp \vec{v}$
- γ.**  $\vec{E} \parallel \vec{B}$ ,  $\vec{E} \perp \vec{v}$ ,  $\vec{B} \perp \vec{v}$
- δ.**  $\vec{E} \parallel \vec{B}$ ,  $\vec{E} \parallel \vec{v}$ ,  $\vec{B} \parallel \vec{v}$

**Μονάδες 5**

- A3.** Μονοχρωματική ακτινοβολία προσπίπτει πλάγια στη διαχωριστική επιφάνεια γυαλιού και αέρα προερχόμενη από το γυαλί. Κατά ένα μέρος ανακλάται και κατά ένα μέρος διαθλάται. Τότε:

- α.** η γωνία ανάκλασης είναι μεγαλύτερη από τη γωνία πρόσπτωσης.
- β.** το μήκος κύματος της ακτινοβολίας στον αέρα μειώνεται.
- γ.** η γωνία διάθλασης είναι μεγαλύτερη από τη γωνία πρόσπτωσης.
- δ.** η προσπίπτουσα, η διαθλώμενη και η ανακλώμενη ακτίνα δεν βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο.

**Μονάδες 5**

- A4.** Μία ηχητική πηγή πλησιάζει με σταθερή ταχύτητα προς έναν ακίνητο παρατηρητή και εκπέμπει ήχο συχνότητας  $f_s$  και μήκους κύματος  $\lambda$ . Τότε ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται τον ήχο

- α.** με συχνότητα μικρότερη της  $f_s$ .
- β.** με συχνότητα ίση με την  $f_s$ .
- γ.** με μήκος κύματος μικρότερο του  $\lambda$ .
- δ.** με μήκος κύματος ίσο με το  $\lambda$ .

**Μονάδες 5**

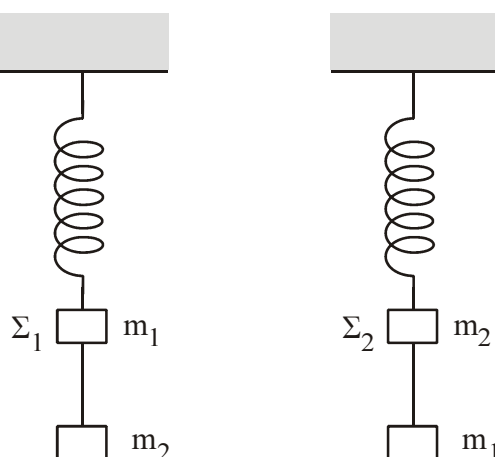
**A5.** Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.

- α.** Τα διαμήκη κύματα διαδίδονται τόσο στα στερεά, όσο και στα υγρά και τα αέρια.
- β.** Στις ηλεκτρικές ταλαντώσεις το φορτίο του πυκνωτή παραμένει σταθερό.
- γ.** Ορισμένοι ραδιενεργοί πυρήνες εκπέμπουν ακτίνες γ.
- δ.** Η ροπή αδράνειας είναι διανυσματικό μέγεθος.
- ε.** Στα στάσιμα κύματα μεταφέρεται ενέργεια από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο.

**Μονάδες 5**

### ΘΕΜΑ Β

**B1.** Δύο όμοια ιδανικά ελατήρια κρέμονται από δύο ακλόνητα σημεία. Στα κάτω άκρα των ελατηρίων δένονται σώματα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1$  και  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2$ . Κάτω από το σώμα  $\Sigma_1$  δένουμε μέσω αβαρούς νήματος άλλο σώμα μάζας  $m_2$ , ενώ κάτω από το  $\Sigma_2$  σώμα μάζας  $m_1$  ( $m_1 \neq m_2$ ), όπως φαίνεται στο σχήμα.



Αρχικά τα σώματα είναι ακίνητα. Κάποια στιγμή κόβουμε τα νήματα και τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  αρχίζουν να ταλαντώνονται. Αν η ενέργεια της ταλάντωσης του  $\Sigma_1$  είναι  $E_1$  και του  $\Sigma_2$  είναι  $E_2$ , τότε:

**α.**  $\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2}{m_1}$       **β.**  $\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2^2}{m_1^2}$       **γ.**  $\frac{E_1}{E_2} = 1$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)  
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6)

**Μονάδες 8**

**B2.** Ηχητική πηγή εκπέμπει ήχο σταθερής συχνότητας  $f$ . Με μια δεύτερη ηχητική πηγή δημιουργούμε ταυτόχρονα ήχο, τη συχνότητα του οποίου μεταβάλλουμε. Σε αυτήν τη διαδικασία δημιουργούνται διακροτήματα ίδιας συχνότητας για δύο διαφορετικές συχνότητες  $f_1, f_2$  της δεύτερης πηγής.

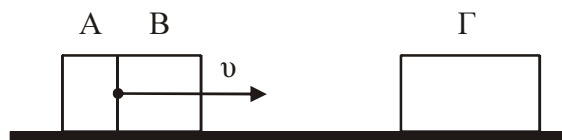
Η τιμή της  $f$  είναι:

**α.**  $\frac{f_1 + f_2}{2}$       **β.**  $\frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}$       **γ.**  $\frac{f_2 - f_1}{2}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)  
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6)

**Μονάδες 8**

- B3.** Δύο σώματα, το Α με μάζα  $m_1$  και το Β με μάζα  $m_2$ , είναι διαρκώς σε επαφή και κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με την ίδια ταχύτητα  $v$ . Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά με σώμα Γ μάζας  $4m_1$ , το οποίο αρχικά είναι ακίνητο.



Μετά την κρούση το Α σταματά, ενώ το Β κολλάει στο Γ και το συσσωμάτωμα αυτό κινείται με ταχύτητα  $v/3$ . Τότε θα ισχύει:

**α.**  $\frac{m_1}{m_2} = 2$       **β.**  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$       **γ.**  $\frac{m_1}{m_2} = 1$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)  
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7)

**Μονάδες 9**

### ΘΕΜΑ Γ

Στην επιφάνεια ενός υγρού που ηρεμεί, βρίσκονται δύο σύγχρονες σημειακές πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$ , που δημιουργούν στην επιφάνεια του υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα ίσου πλάτους. Οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  ξεκινώντας από τη θέση ισορροπίας τους και κινούμενες προς την ίδια κατεύθυνση, την οποία θεωρούμε θετική. Η χρονική εξίσωση της ταλάντωσης ενός σημείου Μ, που βρίσκεται στη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος  $\Pi_1\Pi_2$ , μετά τη συμβολή των κυμάτων δίνεται στο SI από τη σχέση:

$$y_M = 0,2 \eta\mu 2\pi(5t - 10)$$

Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού είναι  $v = 2$  m/s. Έστω Ο το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος  $\Pi_1\Pi_2$  και  $d = 1$  m η απόσταση μεταξύ των πηγών.

Να βρείτε:

- Γ1.** Την απόσταση  $M\Pi_1$ .

**Μονάδες 5**

- Γ2.** Τη διαφορά φάσης των ταλαντώσεων των σημείων Ο και Μ.

**Μονάδες 6**

- Γ3.** Πόσα σημεία του ευθύγραμμου τμήματος  $\Pi_1\Pi_2$  ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος.

**Μονάδες 7**

- Γ4.** Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σημείου Μ σε συνάρτηση με τον χρόνο  $t$  για  $0 \leq t \leq 2,5$  s.

Να χρησιμοποιήσετε το μιλιμετρέ χαρτί στο τέλος του τετραδίου.

**Μονάδες 7**

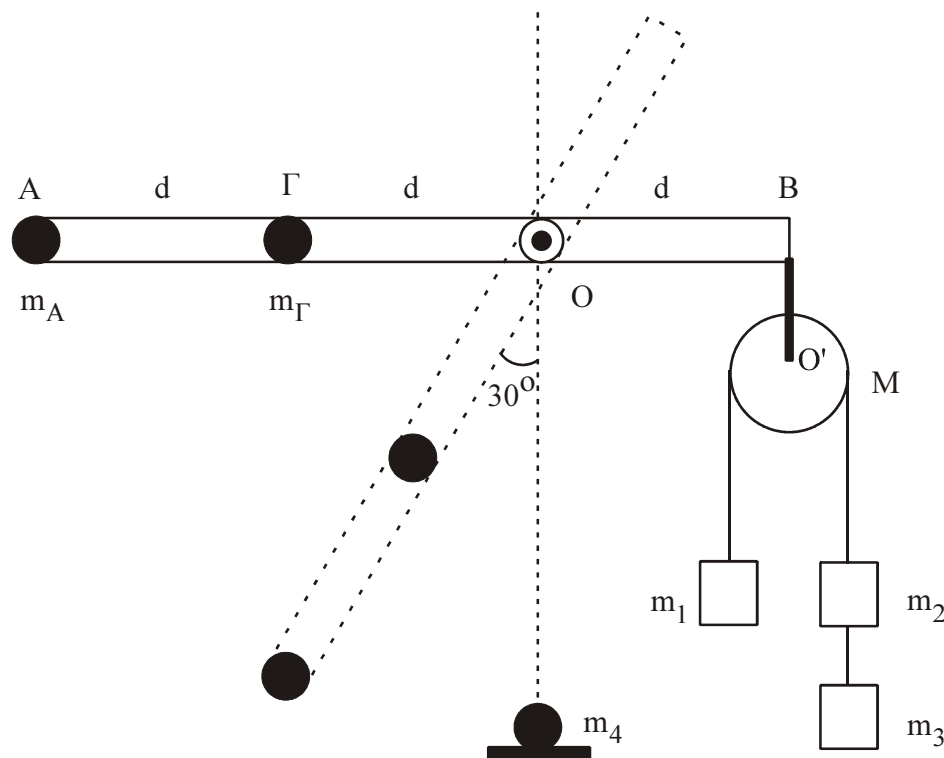
### ΘΕΜΑ Δ

Αβαρής ράβδος μήκους  $3d$  ( $d = 1 \text{ m}$ ) μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από το  $O$ . Στο άκρο  $A$  που βρίσκεται σε απόσταση  $2d$  από το  $O$  υπάρχει σημειακή μάζα  $m_A = 1 \text{ kg}$  και στο σημείο  $\Gamma$ , που βρίσκεται σε απόσταση  $d$  από το  $O$  έχουμε επίσης σημειακή μάζα  $m_\Gamma = 6 \text{ kg}$ . Στο άλλο άκρο της ράβδου, στο σημείο  $B$ , είναι αναρτημένη τροχαλία μάζας  $M = 4 \text{ kg}$  από την οποία κρέμονται οι μάζες  $m_1 = 2 \text{ kg}$ ,  $m_2 = m_3 = 1 \text{ kg}$ . Η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα  $O'$ .

**Δ1.** Αποδείξτε ότι το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο στην οριζόντια θέση.

**Μονάδες 4**

Κόβουμε το  $O'B$ , που συνδέει την τροχαλία με τη ράβδο στο σημείο  $B$ .



**Δ2.** Βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου, όταν αυτή σχηματίζει γωνία  $30^\circ$  με την κατακόρυφο.

**Μονάδες 7**

Όταν η σημειακή μάζα  $m_A$  φτάνει στο κατώτατο σημείο, συγκρούεται πλαστικά με ακίνητη σημειακή μάζα  $m_4 = 5 \text{ kg}$ .

**Δ3.** Βρείτε τη γραμμική ταχύτητα του σημείου  $A$  αμέσως μετά τη κρούση.

**Μονάδες 6**

Στην αρχική διάταξη, όταν η τροχαλία με τα σώματα είναι δεμένη στο  $B$ , κόβουμε το νήμα που συνδέει μεταξύ τους τα σώματα  $m_2$  και  $m_3$  και αντικαθιστούμε την  $m_A$  με μάζα  $m$ .

**Δ4.** Πόση πρέπει να είναι η μάζα  $m$ , ώστε η ράβδος να διατηρήσει την ισορροπία της κατά τη διάρκεια περιστροφής της τροχαλίας;

**Μονάδες 8**

Τα νήματα είναι αβαρή, τριβές στους άξονες δεν υπάρχουν και το νήμα δεν ολισθαίνει στη τροχαλία.

Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\eta_{30^\circ} = 1/2$ , ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της  $I = MR^2/2$ .

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

### ΘΕΜΑ Α

A1.  $\gamma$

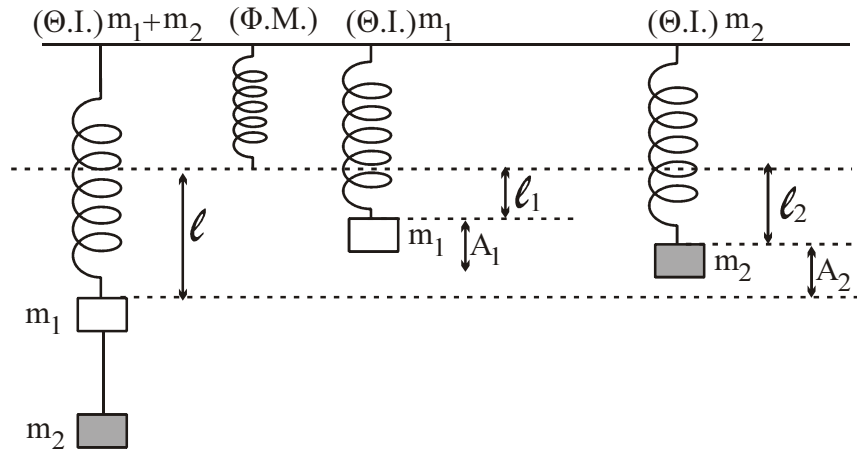
A2.  $\beta$

A3.  $\gamma$

A4.  $\gamma$

A5.  $\alpha: \Sigma, \quad \beta: \Lambda, \quad \gamma: \Sigma, \quad \delta: \Lambda, \quad \varepsilon: \Lambda$

### ΘΕΜΑ Β



**B1.**  $\Theta.I. (m_1 + m_2) : (m_1 + m_2)g = Kl \Rightarrow l = \frac{(m_1 + m_2)g}{K}$

$\Theta.I. (m_1) : m_1g = Kl_1 \Rightarrow l_1 = \frac{m_1g}{K}$

$A_1 = l - l_1 = \frac{m_2g}{K}$  Ομοίως για  $m_2$

$A_2 = l - l_2 = \frac{(m_1 + m_2)g}{K} - \frac{m_2g}{K} = \frac{m_1g}{K}$

$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{1}{2}KA_1^2}{\frac{1}{2}KA_2^2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} = \frac{\frac{m_2^2g^2}{K^2}}{\frac{m_1^2g^2}{K^2}} = \frac{m_2^2}{m_1^2}$

Οπότε η σωστή απάντηση είναι η β.

**B2.**

$f_\delta = |f - f_1|$   
 $f_\delta = |f - f_2| \Rightarrow f - f_1 = f - f_2 \Rightarrow f_1 = f_2$  (άτοπο)

ή

$f - f_1 = -(f - f_2) \Rightarrow f - f_1 = f_2 - f \Rightarrow 2f = f_2 + f_1 \Rightarrow f = \frac{f_1 + f_2}{2}$

Οπότε η σωστή απάντηση είναι η α.

**B3.** Α.Δ.Ο.

$$(m_1 + m_2)v + 0 = 0 + (m_2 + 4m_1)\frac{v}{3} \Leftrightarrow$$

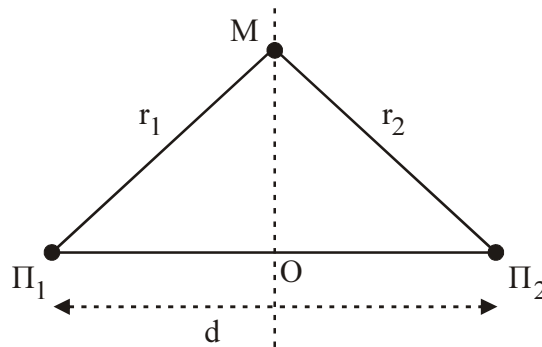
$$m_1 v + m_2 v = m_2 \frac{v}{3} + 4m_1 \frac{v}{3} \Leftrightarrow$$

$$m_1 v - \frac{4}{3}m_1 v = m_2 \frac{v}{3} - m_2 v \Leftrightarrow$$

$$m_1 = 2m_2 \Leftrightarrow \frac{m_1}{m_2} = 2$$

Οπότε η σωστή απάντηση είναι η α..

### ΘΕΜΑ Γ



**Γ1.**  $y_M = 0,2 \eta\mu 2\pi(5t - 10)$  (1)

$$v = 2 \text{ m/s}$$

$$(\Pi_1 \Pi_2) = d = 1 \text{ m}$$

$$r_1 = r_2 = r \text{ (M σημείο της μεσοκαθέτου)}$$

Η εξίσωση απομάκρυνσης της συμβολής είναι:

$$y = 2A \text{ συν} 2\pi \left( \frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \right) \eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right).$$

Αντιστοιχίζοντας με την (1), έχω:

$$\frac{t}{T} = 5t \Rightarrow \frac{1}{T} = 5 \Rightarrow T = \frac{1}{5} \text{ sec.}$$

$$\text{Άρα } f = 5 \text{ Hz.}$$

Από τη ταχύτητα διάδοσης κύματος έχω:

$$v = \lambda f \Rightarrow 2 = \lambda \cdot 5 \Rightarrow \lambda = \frac{2}{5} \Rightarrow \lambda = 0,4 \text{ m.}$$

$$\text{Επίσης ισχύει: } \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} = 10 \Rightarrow \frac{2r}{2\lambda} = 10 \Rightarrow \frac{r}{\lambda} = 10 \Rightarrow r = 10 \cdot \lambda = 0,4 \cdot 10 \Rightarrow r = 4 \text{ m.}$$

$$\text{Άρα } r_1 = 4 \text{ m.}$$

**Γ2.** Η φάση Μ είναι:

$$\varphi_M = 2\pi(5t - 10)$$

$$O\Pi_1 = O\Pi_2 = 0,5 \text{ m.}$$

$$O\Pi_1 + O\Pi_2 = 1 \text{ m.}$$

Άρα η φάση του Ο είναι:

$$\varphi_o = 2\pi\left(5t - \frac{(O\Pi_1 + O\Pi_2)}{2\lambda}\right) \Rightarrow \varphi_o = 2\pi\left(5t - \frac{1}{0,8}\right) \Rightarrow \varphi_o = 2\pi\left(5t - \frac{5}{4}\right)$$

$$\text{Άρα: } \Delta\varphi = \varphi_o - \varphi_M = 2\pi\left(5t - \frac{5}{4}\right) - 2\pi(5t - 10) = 10\pi t - \frac{5\pi}{2} - 10\pi t + 20\pi \Rightarrow$$

$$\Delta\varphi = 20\pi - 2,5\pi \Rightarrow \Delta\varphi = 17,5\pi \text{ rad.}$$

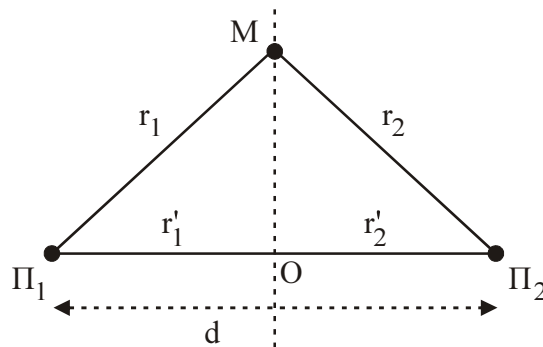
### **β τρόπος**

Οι χρονικές στιγμές άφιξης των δύο κυμάτων στα σημεία Ο, Μ υπολογίζονται ως εξής:

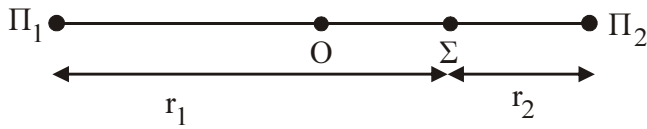
$$v = \frac{x}{t} \Rightarrow t = \frac{x}{v} \begin{cases} \nearrow t_0 = \frac{r_1}{v} \Rightarrow t_0 = \frac{4}{2} \Rightarrow t_0 = 2 \text{ sec} \\ \searrow t_M = \frac{r'_1}{v} \Rightarrow t_M = \frac{0,5}{2} \Rightarrow t_M = 0,25 \text{ sec} \end{cases}$$

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow \Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi}{T} \cdot (t_0 - t_M) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi}{0,2} \cdot (2 - 0,25) \Rightarrow \Delta\varphi = 17,5 \text{ rad}$$



**Γ3.** Έστω Σ σημείο ενισχυτικής συμβολής



Για να έχουμε ενισχυτική συμβολή θα πρέπει:

$$\left. \begin{array}{l} r_1 - r_2 = N\lambda \\ r_1 + r_2 = d \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} 2r_1 = N\lambda + d \\ r_1 = \frac{N\lambda}{2} + \frac{d}{2} \Rightarrow r_1 = 0,2N + 0,5 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{όμως } 0 < r_1 < 1 &\Rightarrow 0 < 0,2N + 0,5 < 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -0,5 < 0,2N < 0,5 \Rightarrow -2,5 < N < 2,5 \end{aligned}$$

άρα το N μπορεί να πάρει τις ακέραιες τιμές

N: -2, -1, 0, 1, 2.

Έχω πέντε σημεία ενισχυτικής συμβολής.

**Γ4.** Τα κύματα από τις πηγές Π<sub>1</sub>, Π<sub>2</sub> φτάνουν στο Μ σε χρόνο:

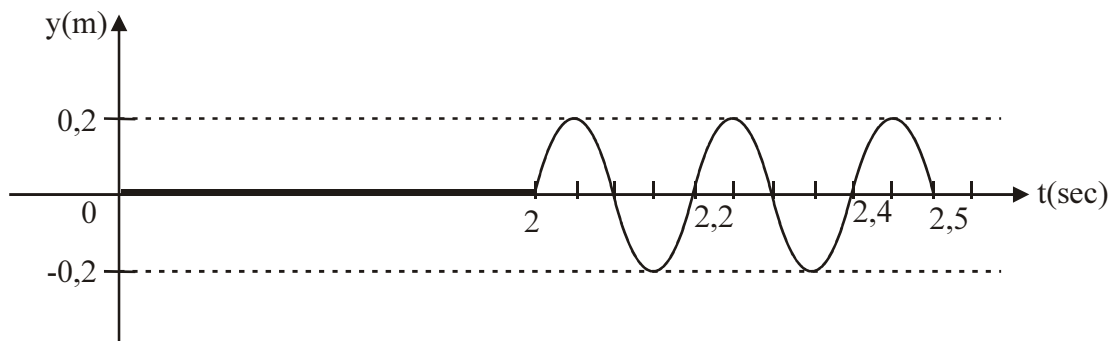
$$t = \frac{r}{v} = \frac{4}{2} = 2 \text{ sec.}$$

Για την περίοδο έχουμε:

$$T = 0,2 \text{ sec}$$

άρα ο αριθμός ταλαντώσεων:

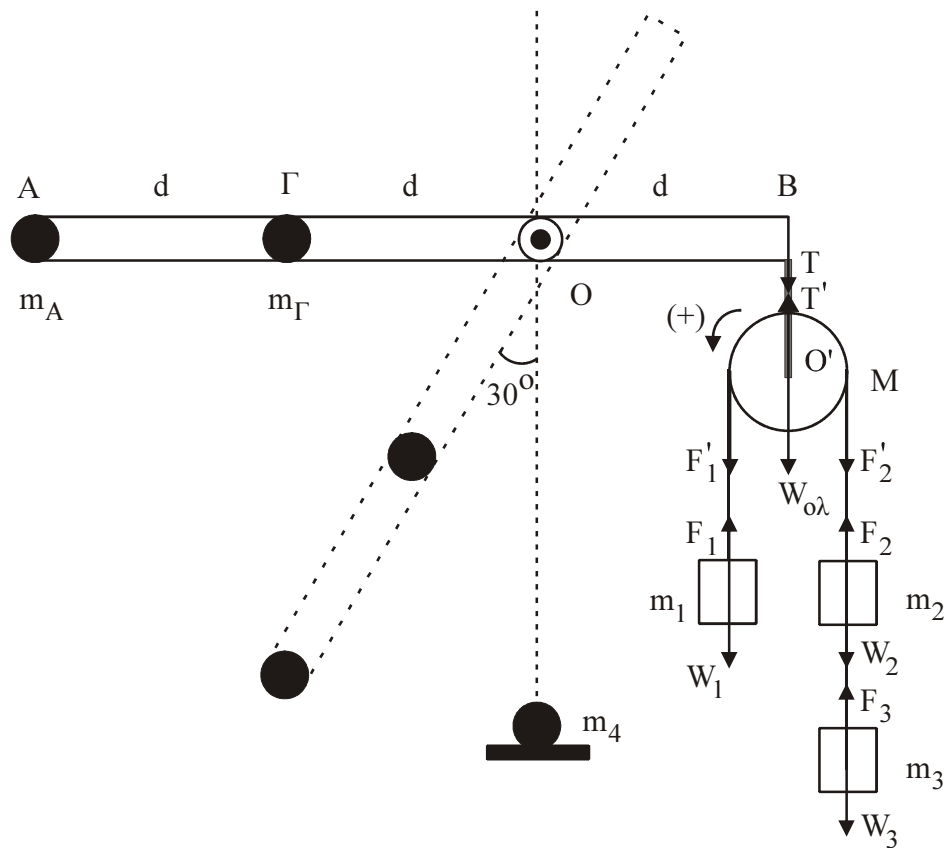
$$N = \frac{2,5 - 2}{0,2} \Leftrightarrow N = \frac{0,5}{0,2} \Leftrightarrow N = 2,5 \text{ ταλαντώσεις.}$$





## ΘΕΜΑ Δ

- Δ1. Στο σημείο B ασκείται δύναμη τάσης T ίση με το συνολικό βάρος του συστήματος τροχαλίας –  $m_1, m_2, m_3$  αφού το σύστημα ισορροπεί.



$$L = 3d \Rightarrow L = 3m$$

$$m_A = 1 \text{ Kg} \quad m_1 = 2 \text{ Kg}$$

$$m_\Gamma = 6 \text{ Kg} \quad m_2 = m_3 = 1 \text{ Kg}$$

$$M = 4 \text{ Kg}$$

Στην οριζόντια θέση ισχύει:

$$\Sigma_\tau = m_A \cdot g \cdot 2d + m_\Gamma \cdot g \cdot d - (M + m_1 + 2m_2) \cdot g \cdot d$$

$$\Sigma_\tau = 10 \cdot 2 + 60 \cdot 1 - 80 \cdot 1$$

$$\Sigma_\tau = 80 - 80 \Rightarrow \Sigma_\tau = 0$$

Άρα η ράβδος δεν περιστρέφεται και ισορροπεί.

**Πιο αναλυτική λύση:**

Στην τροχαλία έχουμε:

$$F_1 = w_1$$

$$F_1' = F_1 \text{ (αβαρή σχοινιά)}$$

$$F_3 = w_3$$

$$F_2 = w_2 + w_3$$

$$F_2 = F_2' \text{ (αβαρή σχοινιά)}$$

$$\text{Άρα: } \tau_{F_1'} = \tau_{w_1} \text{ και } \tau_{F_2'} = \tau_{w_{2,3}}$$

Για την τροχαλία ισχύει:

$$\Sigma_{\tau_{(O)}} = \tau_{F_1'} - \tau_{F_2'} \Rightarrow \Sigma_{\tau_{(O)}} = \tau_{w_1} - \tau_{w_{2,3}} \Rightarrow \Sigma_{\tau_{(O)}} = m_1 g R - (m_2 + m_3) g R \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} \Sigma_{\tau_{(O)}} = m_1 g R - 2m_2 g R \\ \text{Όμως } m_1 = 2m_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \Sigma_{\tau_{(O)}} = m_1 g R - m_1 g R \Rightarrow \Sigma_{\tau_{(O)}} = 0.$$

Άρα η τροχαλία ισορροπεί.

Στην οριζόντια θέση ισχύει:

$$\Sigma_{\tau_{\text{ολικό } O}} = \tau_{w_A} + \tau_{w_\Gamma} - (\tau_{w_1} + \tau_{w_{2,3}} + \tau_{w_{\text{τροχ.}}}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Sigma_{\tau_{\text{ολικό } O}} = m_A g 2d + m_\Gamma g d - (m_1 g (d - R) + (m_2 + m_3) g (d + R) + M g d) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Sigma_{\tau_{\text{ολικό } O}} = m_A g 2d + m_\Gamma g d - (m_1 g d - m_1 g R + 2m_2 g d + 2m_2 g R + M g d)$$

Όμως  $m_1 = 2m_2$ , οπότε:

$$\Sigma_{\tau_{\text{ολικό } O}} = m_A g 2d + m_\Gamma g d - (m_1 g d - m_1 g R + 2m_2 g d + m_1 g R + M g d) =$$

$$= m_A g 2d + m_\Gamma g d - m_1 g d - 2m_2 g d - M g d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Sigma_{\tau_{\text{ολικό } O}} = 10 \cdot 2 + 60 \cdot 1 - 2 \cdot 10 \cdot 1 - 2 \cdot 10 \cdot 1 - 4 \cdot 10 \cdot 1 \Rightarrow \Sigma_{\tau_{\text{ολικό } O}} = 0.$$

**Δ2.** Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο του Νεύτωνα για την περιστροφική κίνηση:

$$\Sigma_\tau = I_{\text{ολ.}} \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \tau_{w_A} + \tau_{w_\Gamma} = I_{\text{ολ.}} \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow m_A g \cdot \eta\mu 30 \cdot 2d + m_\Gamma g \cdot \eta\mu 30 \cdot d =$$

$$= \left[ m_A \cdot (2d)^2 + m_\Gamma \cdot d^2 \right] \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow 1 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 + 6 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = [1 \cdot 4 + 6 \cdot 1] \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 + 30 = 10 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow 40 = 10 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 4 \text{ rad/sec}^2.$$

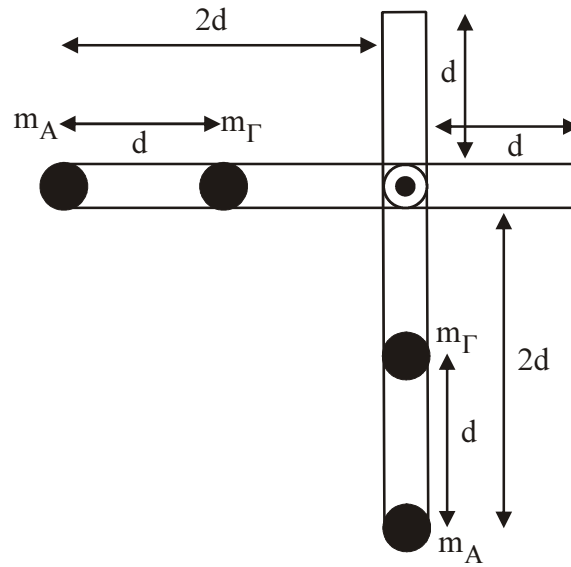
**Δ3.** Αρχικά εφαρμόζω Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα ράβδου  $-m_A - m_\Gamma$  ανάμεσα στην οριζόντια θέση και στην κατακόρυφη:

$$K_{\text{αρχ.}} + U_{\text{Ολ.αρχ.}} = K_{\text{τελ.}} + U_{\text{Ολ.τελ.}} \Rightarrow m_A \cdot g \cdot 2d + m_\Gamma \cdot g \cdot 2d = \frac{1}{2} I_{\text{ολ.}} \cdot \omega^2 + m_\Gamma \cdot g \cdot d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 \cdot 10 \cdot 2 + 6 \cdot 10 \cdot 2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \omega^2 + 6 \cdot 10 \cdot 1 \Rightarrow 20 + 60 = 5 \cdot \omega^2 \Rightarrow 80 = 5 \cdot \omega^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega^2 = 16 \Rightarrow \omega = 4 \text{ rad/sec}.$$

**Σημείωση:** Επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας παίρνουμε την κατώτερη θέση του  $m_A$  (κατακόρυφη).



Στη συνέχεια εφαρμόζουμε Αρχή διατήρησης στροφορμής για το σύστημα ράβδου –  $m_A$  –  $m_G$  –  $m_4$

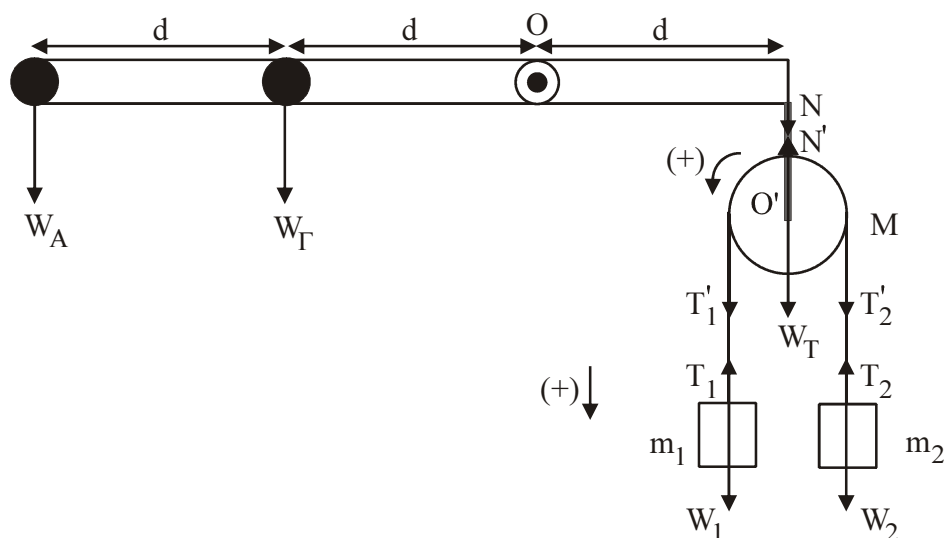
$$L_{\text{ολ.αρχ.}} = L_{\text{ολ.τελ.}} \Rightarrow I_{\text{ολ.}} \cdot \omega = I'_{\text{ολ.}} \cdot \omega' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_{\text{ολ.}} \cdot \omega = [I_{\text{ολ.}} + m_4(2d)^2] \omega' \Rightarrow$$

$$10 \cdot 4 = [10 + 5 \cdot 4] \omega' \Rightarrow 40 = 30 \omega' \Rightarrow \omega' = \frac{4}{3} \text{ rad/sec}$$

$$\text{Άρα } U_A = \omega' \cdot (2d) \Rightarrow U_A = \frac{4}{3} \cdot 2 \Rightarrow U_A = \frac{8}{3} \text{ m/sec.}$$

Δ4.



$$m_1 : \Sigma F = m_1 \alpha_{cm} \Rightarrow m_1 g - T_1 = m_1 \alpha_{cm} \Rightarrow T_1 = m_1 g - m_1 \alpha_{cm} \quad (1).$$

$$m_2 : \Sigma F = m_2 \alpha_{cm} \Rightarrow T_2 - m_2 g = m_2 \alpha_{cm} \Rightarrow T_2 = m_2 g + m_2 \alpha_{cm} \quad (2)$$

Τροχαλία:

$$\Sigma \tau_{(O)} = I_{\text{τροχ.}} \cdot \alpha_{\text{γωv.}} \Rightarrow T_1' \cdot R - T_2' \cdot R = \frac{1}{2} M \cdot R^2 \cdot \frac{a_{cm}}{R} \Rightarrow (T_1 = T_1', T_2 = T_2' \text{ αβαρή σχοινιά})$$

$$\Rightarrow T_1 \cdot R - T_2 \cdot R = \frac{1}{2} M \cdot R \cdot a_{cm} \Rightarrow T_1 - T_2 = \frac{1}{2} M \cdot a_{cm} \quad (3) \Rightarrow$$

Αντικαθιστώντας (1) και (2) στην (3)  $\Rightarrow$

$$m_1 \cdot g - m_1 \cdot \alpha_{cm} - m_2 \cdot g - m_2 \cdot \alpha_{cm} = \frac{1}{2} M \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (m_1 - m_2) g = \left( \frac{1}{2} M + m_1 + m_2 \right) \alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{(m_1 - m_2) g}{\frac{1}{2} M + m_1 + m_2} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{(2-1)10}{\frac{1}{2} 4 + 2 + 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{10}{5} \Rightarrow \alpha_{cm} = 2 \text{ m/sec}^2.$$

$$\acute{\alpha}\rho\alpha \text{ η (1)} \Rightarrow T_1 = 2 \cdot 10 - 2 \cdot 2 \Rightarrow T_1 = 16 \text{ N}.$$

$$\text{και η (2)} \Rightarrow T_2 = 1 \cdot 10 + 1 \cdot 2 \Leftrightarrow T_2 = 12 \text{ N}.$$

Επειδή η τροχαλία είναι ακίνητη μεταφορικά έχω:

$$\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow$$

$$N' - T_1' - T_2' - W_T = 0 \Leftrightarrow$$

$$N' = T_1 + T_2 + W_T \Leftrightarrow$$

$$N' = 16 + 12 + 4 \cdot 10 \Leftrightarrow$$

$$N' = 68 \text{ N} \text{ όμως } N = N' = 68 \text{ N.}$$

Για να ισορροπεί το σύστημα ράβδος –  $m_A$  –  $m_B$  πρέπει:

$$\Sigma \tau_{(O)} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\tau_w + \tau_{w_T} - \tau_N = 0 \Leftrightarrow$$

$$m \cdot g \cdot 2d + m_T \cdot g \cdot d - N \cdot d = 0 \Leftrightarrow$$

$$m \cdot 10 \cdot 2 + 6 \cdot 10 \cdot 1 - 68 \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$m = \frac{8}{20} \Leftrightarrow m = 0,4 \text{ Kg.}$$